

Ακέραιος προγραμματισμός

1. Μια εταιρεία σκοπεύει να ανοίξει αποθήκες σε τέσσερις πόλεις: New York, Los Angeles, Chicago and Atlanta. Κάθε αποθήκη έχει δυνατότητα αποστολής 100 μονάδων προϊόντος την εβδομάδα. Το εβδομαδιαίο σταθερό κόστος για την λειτουργία της αποθήκης είναι: \$400 για τη New York, \$500 για το Los Angeles, \$300 για το Chicago και \$150 for Atlanta. Η περιοχή 1 απαιτεί 80 μονάδες προϊόντος την εβδομάδα, η περιοχή 2 απαιτεί 70 μονάδες προϊόντος την εβδομάδα και η περιοχή 3 απαιτεί 40 μονάδες προϊόντος την εβδομάδα. Το κόστος αποστολής μιας μονάδας προϊόντος από μια αποθήκη σε μια περιοχή δίνεται στον πίνακα. Ζητείται η ικανοποίηση της εβδομαδιαίας ζήτησης με το ελάχιστο κόστος σύμφωνα με τους παρακάτω περιορισμούς:

1. Αποθήκη στη New York προϋποθέτει ότι θα ανοίξει αποθήκη στο Los Angeles.
2. Το πολύ δύο αποθήκες μπορούν να ανοίξουν.
3. Μπορεί να ανοίξει αποθήκη είτε στην Atlanta είτε στο Los Angeles.

Από	Προς		
	Περιοχή 1	Περιοχή 2	Περιοχή 3
1 New York	\$20	\$40	\$50
2 Los Angeles	\$48	\$15	\$26
3 Chicago	\$26	\$35	\$18
4 Atlanta	\$24	\$50	\$35

2. Ο διευθυντής ενός εργοστασίου παραγωγής αεροπλάνων θέλει να καθορίσει τον καλύτερο προγραμματισμό παραγωγής 6 τύπων αεροπλάνων. Οι τύποι των αεροπλάνων, το κέρδος ανά μονάδα του κάθε τύπου και το πάγιο κόστος εκκίνησης της παραγωγής ανά τύπο δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Μεταβλητή	Τύπος	Κέρδος (x 100.000 €)	Κόστος Εκκίνησης (x 100.000 €)
x_1	A-300	30	35
x_2	B-310	45	20
x_3	C-320	24	60
x_4	D-330	26	70
x_5	E-340	24	75
x_6	F-350	30	30

Κάθε αεροπλάνο παράγεται χρησιμοποιώντας 6 πρώτες ύλες οι οποίες δίνονται στον παρακάτω πίνακα καθώς και οι απαιτήσεις κάθε τύπου αεροπλάνου όπως και η συνολική τους διαθεσιμότητα.

200 και 200 και 200 και 200 και 400 200 και

	A-300	B-310	C-320	D-330	E-340	F-350	ΔΙΑΘΕΣΙΜΟΤΗΤΑ
Ατσάλι	1	4	0	4	2	1	800
Χαλκός	4	5	3	0	1	0	1160
Πλαστικό	0	3	8	0	1	0	1780
Ελαστικό	2	0	1	2	1	5	1050
Γυαλί	2	4	2	2	2	4	1360
Χρώμα	1	4	1	4	3	4	1240

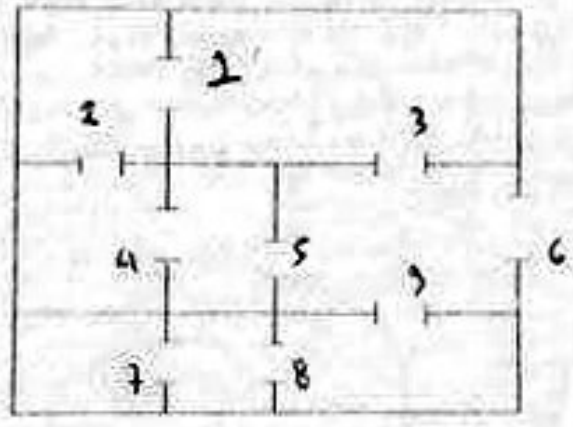
Το ζητούμενο είναι να καθοριστεί ο σχεδιασμός παραγωγής, ώστε να μεγιστοποιείται το καθαρό συνολικό κέρδος χωρίς να υπερβούμε τη διαθεσιμότητα των πρώτων υλών.

3. Η απόκτηση πτυχίου από το πανεπιστήμιο X με ειδίκευση στην επιχειρησιακή έρευνα απαιτεί την παρακολούθηση τουλάχιστον 2 μαθημάτων μαθηματικών τουλάχιστον 2 μαθημάτων επιχειρησιακής έρευνας και τουλάχιστον 2 μαθημάτων Η/Υ. Κάποια μαθήματα μπορεί να χρησιμοποιηθούν για την ικανοποίηση παραπάνω από μιας απαιτήσεων. Ο απειροστικός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να

ικανοποιήσει την απαίτηση των μαθηματικών αλλά και της επιχειρησιακής έρευνας, η επιχειρησιακή έρευνα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ικανοποιήσει την απαίτηση των μαθηματικών αλλά και της επιχειρησιακής έρευνας, το μάθημα δομές δεδομένων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ικανοποιήσει την απαίτηση των μαθηματικών αλλά και των Η/Υ, η προσομοίωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ικανοποιήσει την απαίτηση των Η/Υ αλλά και της επιχειρησιακής έρευνας, η εισαγωγή στο προγραμματισμό Η/Υ, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ικανοποιήσει την απαίτηση των Η/Υ και η θεωρία πρόβλεψης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ικανοποιήσει την απαίτηση των μαθηματικών αλλά και της επιχειρησιακής έρευνας.

Κάποια μαθήματα είναι προαπαιτούμενα για κάποια άλλα: ο απειροστικός είναι προαπαιτούμενο μάθημα για τη Στατιστική Επιχειρήσεων, η εισαγωγή στο προγραμματισμό Η/Υ είναι προαπαιτούμενο μάθημα για την προσομοίωση και τις δομές δεδομένων και η Στατιστική Επιχειρήσεων είναι προαπαιτούμενο μάθημα για τη θεωρία πρόβλεψης. Να διαμορφωθεί το μοντέλο ακέραιου προγραμματισμού που ελαχιστοποιεί τον αριθμό των μαθημάτων που απαιτούνται για την απόκτηση πτυχίου με ειδίκευση στην επιχειρησιακή έρευνα.

4. Η διαρρύθμιση ενός μουσείου παρουσιάζεται στο επόμενο σχήμα με τα ξεχωριστά δωμάτια να συνδέονται με ανοικτές πόρτες. Ένας φρουρός που στέκεται σε μία πόρτα μπορεί να εποπτεύει δυο παρακείμενα δωμάτια. Η πολιτική ασφαλείας του Μουσείου απαιτεί την παρουσία φρουρών σε κάθε δωμάτιο. Να διατυπωθεί το πρόβλημα ως ένα πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού για τον καθορισμό του ελάχιστου δυνατού πλήθους φρουρών



5. Το Σουντόκου είναι ένα παιχνίδι αριθμών που παίζεται σε έναν πίνακα 9x9, 9 γραμμές και 9 στήλες. Θεωρούμε ότι αυτός ο πίνακας έχει 9 υποπίνακες καθένας με 3 γραμμές και 3 στήλες. Το κελί στην γραμμή i, στήλη j του υποπίνακα k συμβολίζεται (i, j, k). Στο παιχνίδι κάθε κελί πρέπει να συμπληρωθεί με ένα αριθμό από το 1 έως το 9. Όμως κάθε αριθμός πρέπει να εμφανίζεται ακριβώς μια φορά σε κάθε γραμμή του πίνακα σε κάθε του στήλη και σε κάθε υποπίνακα. Κάποια κελιά είναι εξαρχής συμπληρωμένα. Να μοντελοποιηθεί ως ένα πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού.

6. Μια αυτοκινητοβιομηχανία θέλει να κατασκευάσει τρεις τύπους αυτοκινήτων μικρά (Α), μεσαία (Β) και μεγάλα (Γ). Οι απαιτούμενοι πόροι για κάθε τύπο αυτοκινήτου καθώς και το κέρδος από κάθε τύπο αυτοκινήτου δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί. Η βιομηχανία διαθέτει 6000 τόνους σιδήρου και 60000 ώρες εργασίας. Για να είναι αποδοτική η κατασκευή ενός τύπου αυτοκινήτου (σε περίπτωση κατασκευής του) τουλάχιστον 1000 αυτοκίνητα πρέπει να κατασκευαστούν

	A	B	Γ
Σίδηρο	1.5	3	5
Ωρες	30	25	40
Κέρδος	2000	3000	4000

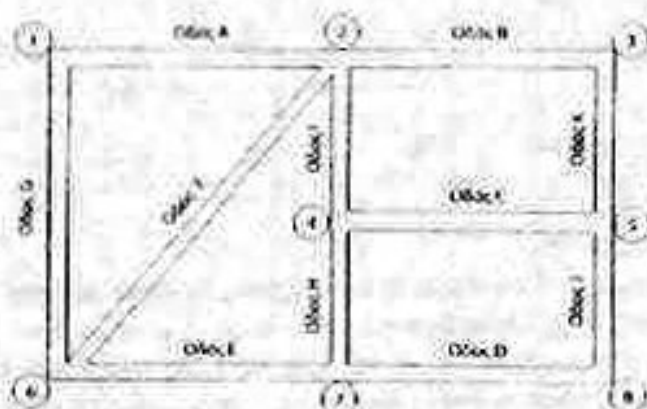
7. Μια εταιρεία προσπαθεί να αποφασίσει για το πλάνο παραγωγής της επόμενης εβδομάδας. Έχει τη δυνατότητα παραγωγής επτά προϊόντων, το καθένα με ένα κέρδος (χρηματικές μονάδες, χ.μ.) ανά μονάδα και χρόνο παραγωγής (ανθρωποώρες) ανά μονάδα, όπως φαίνεται παρακάτω:

Προϊόν	Κέρδος (χ.μ./μονάδα προϊόντος)	Ανθρωποώρες/ μονάδα προϊόντος
1	10	1.0
2	22	2.0
3	35	3.7
4	19	2.4
5	55	4.5
6	10	0.7
7	115	9.5

Η εταιρεία έχει στη διάθεσή της 720 ανθρωποώρες για την επόμενη εβδομάδα. Να διαμορφωθεί το πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού για το πλάνο παραγωγής της επόμενης εβδομάδας που μεγιστοποιεί το κέρδος της εταιρείας λαμβάνοντας υπόψη τους παρακάτω περιορισμούς:

1. Αν το προϊόν 7 παραχθεί, ένα εφάπαξ κόστος 2000 χ.μ. απαιτείται.
2. Αν και τα δύο προϊόντα 3 και 4 παραχθούν 75 ανθρωποώρες απαιτούνται για την κατάλληλη ρύθμιση της γραμμής παραγωγής και έτσι ο διαθέσιμος αριθμός ανθρωποωρών για την παραγωγή μειώνεται στις $720 - 75 = 645$.

8. Για να προάγει την ασφάλεια σε κάποια Πανεπιστημιούπολη το Τμήμα Ασφάλειας είναι σε διαδικασία εγκατάστασης τηλεφώνων επείγουσας ανάγκης σε επιλεγμένες τοποθεσίες. Το τμήμα θέλει να εγκαταστήσει τον ελάχιστο αριθμό τηλεφώνων που θα εξυπηρετούν την κάθε μία από τις κεντρικές οδούς της Πανεπιστημιούπολης. Στο Σχήμα παρουσιάζονται οι κεντρικές οδοί. Είναι λογικό ότι για να μεγιστοποιηθεί η χρησιμότητα των τηλεφώνων θα τοποθετηθούν σε διασταυρώσεις οδών. Με τον τρόπο αυτό ένα τηλέφωνο μπορεί να εξυπηρετεί τουλάχιστον δύο οδούς. Να διατυπωθεί το πρόβλημα ως ένα πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού.



9. Έστω ότι έχετε 7 φιάλες γεμάτες κρασί 7 μισογεμάτες και 7 άδειες. Επιθυμείτε να διαχωρίσετε τις 21 φιάλες σε τρία άτομα και έτσι ώστε ο κάθε ένας να πάρει ακριβώς επτά φιάλες. Επιπρόσθετα κάθε άτομο πρέπει να λάβει την ίδια ποσότητα κρασιού. Να διατυπωθεί το πρόβλημα ως ένα πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού.

10. Ένα άτομο μπορεί να χρησιμοποιήσει τρεις τηλεφωνικές εταιρείες (Α, Β, Γ) με στόχο να ελαχιστοποιήσει το μηνιαίο τηλεφωνικό του λογαριασμό. Η Α χρεώνει ένα πάγιο 16 ευρώ το μήνα συν 0.25 ευρώ το λεπτό. Η Β χρεώνει 25 ευρώ το μήνα αλλά μειώνει το κόστος ανά λεπτό στα 0.21 ευρώ. Όσον αφορά την Γ η πάγια μηνιαία χρέωση είναι 18 ευρώ και το κόστος ανά λεπτό είναι 0.22 ευρώ. Συνήθως το άτομο πραγματοποιεί κατά μέσο όρο 200 λεπτά υπεραστικών κλήσεων το μήνα. Υποθέτοντας πως δεν πληρώνει το πάγιο μηνιαίο τέλος, εκτός εάν πραγματοποιήσει κλήσεις και ότι μπορεί να καταμερίσει τις κλήσεις του ανάμεσα σε αυτές τις τρεις εταιρείες όπως επιθυμεί, να υποδειχθεί ένα πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού που να δίνει απάντηση στο ερώτημα του.